

МОДЕЛИРОВАНИЕ ИСТОРИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

MODELLING OF HISTORICAL PROCESSES

МОДЕЛЬ ДЕМОГРАФИЧЕСКОЙ ДИНАМИКИ АГРАРНОГО ОБЩЕСТВА НА ОСНОВЕ УРАВНЕНИЯ ФЕРХЮЛЬСТА С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ И УСЛОВИЯ ПОЯВЛЕНИЯ ДЕМОГРАФИЧЕСКОГО ЦИКЛА

THE MODEL OF AGRARIAN SOCIETY DEMOGRAPHIC DYNAMICS ON THE BASIS OF VERHULST LAG EQUATION AND CONDITIONS OF DEMOGRAPHIC CYCLE EMERGENCE

Астахов Владимир Владимирович

Доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедры радиотехники факультета электронной техники и приборостроения Саратовского государственного технического университета им. Ю. А. Гагарина
E-mail: astakhovvv@sstu.ru

Vladimir V. Astakhov

Слонов Владимир Николаевич

Кандидат исторических наук, генеральный директор ООО «Центр Новых Технологий — Виаторис»
E-mail: slonov@viatoris.ru

Vladimir N.Slonov

Балакин Максим Игоревич

Аспирант, инженер кафедры радиотехники факультета электронной техники и приборостроения Саратовского государственного технического университета им. Ю. А. Гагарина
E-mail: balakinmaxim@gmail.com

Maksim I. Balakin

Для описания демографической динамики аграрных обществ предлагается учитывать фактор задержки воздействия процессов, происходящих в социуме, на общее состояние общества. На формальном уровне это отражается введением членов запаздывания в уравнение Ферхюльста. Получен-

To describe the population dynamics of agrarian societies the method of considering the impact factor of the delay occurring in the society processes on general state of society is offered. On a formal level this is reflected in the introduction of the delay members of the Verhulst equation. It can be seen from the obtained

ное решение показывает, что полный демографический цикл может реализовываться лишь в достаточно узкой зоне соотношения параметров уравнения. Согласно точке зрения авторов, явление демографического цикла не носит универсального характера, а для его возникновения необходимо сочетание целого ряда условий.

Ключевые слова: демографический цикл, уравнение Ферхюльста с запаздыванием, условия появления демографического цикла.

При количественном описании демографических процессов в обществах аграрного типа¹ базовым является уравнение, впервые предложенное бельгийским математиком П. Ф. Ферхюльстом²:

$$\frac{dN}{dt} = kN\left(1 - \frac{N}{N_{max}}\right); \quad (1)$$

где N — количество людей в рассматриваемой группе в момент времени t (динамическая переменная); N_{max} — максимальное число людей в группе, которые могут прокормиться за счет ресурсных возможностей занимаемой территории (нормирующий параметр); k — управляющий параметр или, после замены переменной

$$u = \frac{N}{N_{max}},$$

$$\frac{du}{dt} = ku - ku^2. \quad (2)$$

График функции, являющейся решением уравнения (2), представлен на рисунке 1:

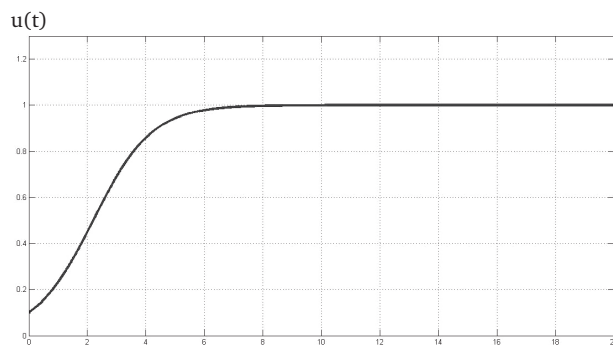


Рис. 1. График решения уравнения Ферхюльста

Вполне очевидно, что уравнение (2) ни при каких условиях не дает осциллирующего решения, и тем самым оно не может в полной мере служить формализованным описанием такого важного явления в демографии аграрных обществ, как демо-

data that the total population cycle can exist only in a narrow band ratio of the parameters of the equation. According to the authors' point of view, the phenomenon of the demographic cycle is not universal, and in order the cycle can occur a combination of a number of conditions is necessary.

Keywords: population cycle, delay Verhulst equation, conditions of population cycle appearance.

графический цикл³. Точнее, данным уравнением описывается только «восходящая» фаза демографического цикла — до достижения обществом состояния «голодного гомеостаза» — максимально возможной плотности при минимуме потребления на душу населения. «Нисходящая» же фаза — катаклизм и резкое падение численности населения — нуждается уже в дополнении вербальными конструкциями о неустойчивости для общества состояния «голодного гомеостаза» и легкости возникновения кризисных явлений⁴.

Для математического описания полного демографического цикла на базе уравнения (1) обычно пытаются построить систему из двух дифференциальных уравнений, полагая величину N_{max} не постоянной, а зависящей от времени и численности населения N . Тогда получается система из двух уравнений, и $N(t)$ при некоторых сочетаниях параметров приобретает осциллирующий характер. Варианты такого решения проблемы получения полного описания демографического цикла были предложены в работах С. Ю. Малкова⁵, а также С. А. Нефедова и П. В. Турчина⁶, и в рамках этого подхода данными исследователями были получены интересные и важные результаты.

Вполне признавая возможность допущения функциональности N_{max} , мы, тем не менее, считаем необходимым прежде всего рассматривать такой фактор, как явление «запаздывания», т. е. то, что события, происходящие в социуме, имеют влияние не только на настоящее его положение, но и на развитие в будущем. На формализованном языке математики это означает признание зависимости скорости изменения численности группы N от состояния не только в данный момент времени, но и в течение определенного периода, характеризуемого параметром запаздывания τ . И тогда уравнение демографической динамики аграрного общества должно быть переписано в следующем виде⁷:

$$\frac{du}{dt} = c_1 u(t) - c_2 u^2(t) + c_3 u(t - \tau) - c_4 u^2(t - \tau). \quad (3)$$

При этом содержательно первый член в правой части уравнения (3), $c_1 u(t)$, оказывается отвечающим за факторы настоящего времени, позитивно сказывающиеся на изменении численности человеческой группы. Второй член, $c_2 u(t)$, определяет совокупный результат воздействия факторов настоящего времени, препятствующих росту этой численности. Третий и четвертый члены, $c_3 u(t-\tau)$ и $c_4 u(t-\tau)$, описывают «позитивное» и «негативное» наследие прошлого соответственно.

Уравнение (3) имеет область значений коэффициентов, где решение становится осциллирующим. Например, если принять $c_1 = 10$, $c_2 = 12$, то для значений c_3 и c_4 имеется 3 области решений, представленные на рисунке 2.

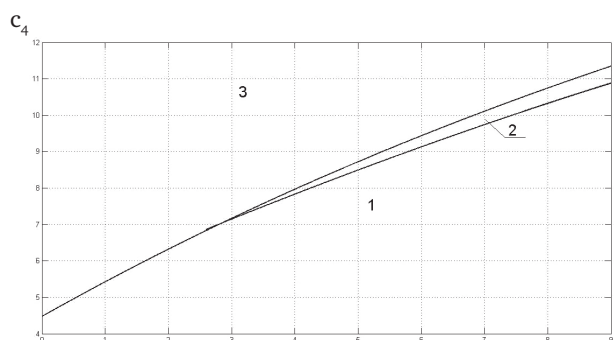


Рис. 2. Области решений уравнения Ферхюльста с запаздыванием

В области 1 решение имеет неосциллирующий вид, по форме близкий решению «классического» уравнения Ферхюльста с асимптотическим стремлением к некоторой предельной величине (рис. 3).

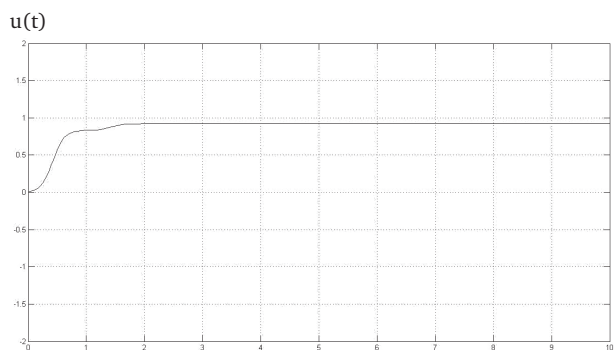


Рис. 3. Вид решения в области 1

В области 2 решение приобретает осциллирующий характер, вполне соответствующий классическому демографическому циклу. Так, для рассматриваемого случая при $c_3 = 8$, $c_4 = 11.15$ график зависимости имеет вид, представленный на рисунке 4.

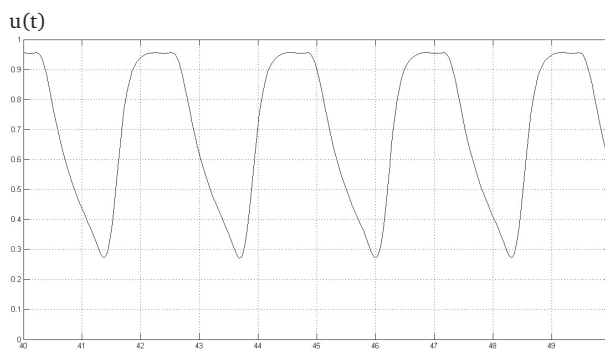


Рис. 4. Вид решения в области 2

Наконец, для области 3 функция $u(t)$ вновь становится неосциллирующей, уменьшающейся и достигающей 0, что отражает полный распад рассматриваемого социума (рис. 5).

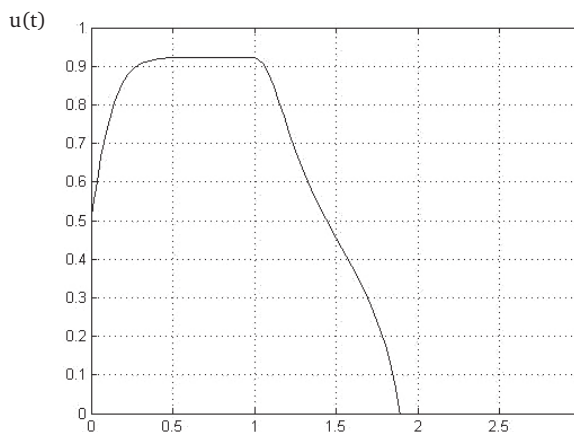


Рис. 5. Вид решения в области 3

Наибольший интерес для нашего исследования представляют осциллирующие решения из области 2, которые соответствуют ходу полного демографического цикла. С некоторой степенью условности график решения можно разделить на 3 фазы (рис. 6).

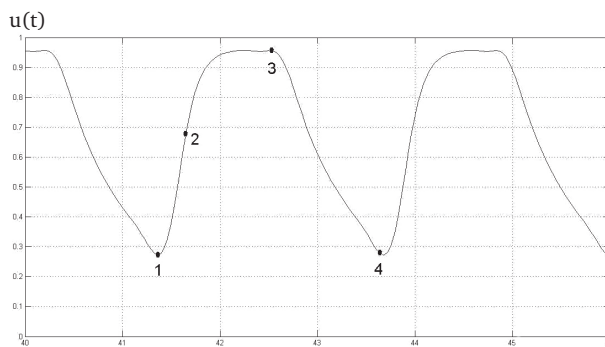


Рис. 6. График полного демографического цикла на основе решения уравнения Ферхюльста с запаздыванием

Фаза I (между точками 1 и 2) характеризуется квазиэкспоненциальным («квазимальтузианским») ростом, определяется в первую очередь вкладом первого члена правой части уравнения (3).

Фаза II (между точками 2 и 3). Замедление роста и выход на «плато». Основной вклад в формирование вида кривой вносит второй член уравнения (3).

Фаза III (между точками 3 и 4). Функция быстро убывает за счет определяющего воздействия четвертого члена уравнения (3).

Описанные фазы вполне соответствуют этапам классического демографического цикла. Особенностью предложенной модели является то, что появление нисходящей фазы цикла определяется «негативным воздействием прошлого», что на содержательном уровне можно представить как «эффект накопленного стресса» социума.

Необходимо отметить, что область значений коэффициентов уравнения (3), при которых решение приобретает осциллирующий характер, невелика (рис. 2). Это означает как минимум то, что для аграрной фазы развития социумов наряду с обществами, подверженными демографическому циклу, согласно предложенной модели, существовали и социумы, не подверженные данному явлению, что, вообще говоря, и имело место в исторической действительности. Одним из авторов настоящей работы уже высказывалась мысль, что явление демографического цикла может отсутствовать для группы, находящейся в условиях постоянного негативного внешнего воздействия⁸. Исследования свойств решения уравнения (3) позволяет высказать утверждение о наличии обществ, не подверженных демографическому циклу, и без такового воздействия. Поэтому, как нам представляется, к идее «панциклзма» в отношении аграрных социумов следует подходить с осторожностью, и вовсе не обязательно, что во всех случаях ненаблюдение полного цикла есть непременно следствие его прерванности⁹.

В качестве иллюстрации неуниверсальности описания демографической истории как череды демографических циклов приведем данные по численности населения Европы с 1000 по 2000 г.¹⁰ (рис. 7).

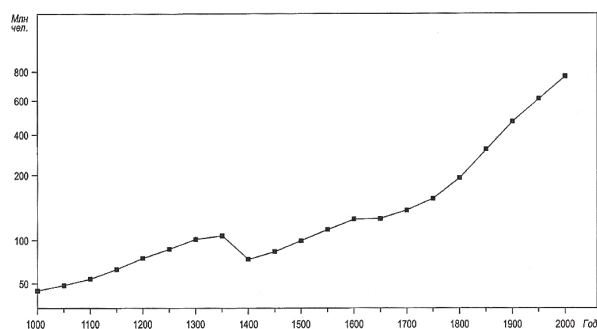


Рис. 7. Динамика численности населения Европы (по М. Ливи Баччи)

Не оспаривая утверждения о наличии периодов более быстрого и более медленного роста числа жителей Европы, обратим внимание на то, что лишь однажды, а именно во второй половине XIV в., имело место заметное уменьшение численности населения, причем вызвано оно было в первую очередь приходом «черной смерти».

Если демографический цикл реализуется не во всех аграрных обществах и далеко не всегда, то логично попытаться сформулировать, пусть в общих чертах, условия, необходимые для его появления. При этом важно отметить, что речь должна идти о циклах, связанных с ресурсными ограничениями занимаемой социумом территории, а не с отношениями перераспределения внутри этого социума — для второй ситуации должен строиться свой класс моделей.

К числу условий, без которых появление демографического цикла невозможно, на наш взгляд, нужно отнести следующие:

1. Общая численность социума, достаточная для нивелирования демографических флуктуаций, а также достижения плотности населения на занимаемой территории, близкой к предельным возможностям ее ресурсной базы.
2. Относительная географическая замкнутость занимаемой социумом территории, затрудняющая перемещения значительных групп населения через ее границу как в одну, так и в другую сторону.
3. Отсутствие в рассматриваемый период масштабных инокультурных вторжений.
4. Отсутствие какого-либо постоянного внешнего негативного воздействия, нивелирующего прирост населения¹¹.
5. Сложение в социуме ситуации, когда негативные и позитивные события прошлого могут иметь заметное влияние на события будущего — появление «фактора запаздывания».

Если первые четыре условия интуитивно очевидны и в большей или меньшей степени определенности встречаются или, по крайней мере, предполагаются во многих работах, то пятое является следствием предложенной в настоящей работе модели и требует дополнительного содержательного изучения и осмысления. Представляется, что для этого существенными могут оказаться такие понятия, как непрерывность развития социума, преемственность, историческая традиция и т. д.

Отметим также, что сформулированные условия являются необходимыми, но отнюдь не достаточными для появления демографического цикла. Для того, чтобы полный демографический цикл действительно реализовался, помимо сформули-

рованных условий 1–5 нужно, чтобы значения коэффициентов в уравнении (3) попадали в «зону осцилляций» — область 2 (рис. 2).

Вероятно, наилучшим образом условиям появления демографического цикла соответствуют цивилизации речных долин, причем в первую очередь — Древний Египет и Древний Китай. Реализация полных демографических циклов для данных обществ весьма убедительно продемонстрирована в целом ряде исследований¹².

За пределами «речных долин» условия для демографического цикла реализуются сложнее, однако, по-видимому, и здесь подобные явления в ряде случаев имели место. Недавно подобный сценарий был предложен для социума — носителя срубной археологической культуры¹³.

В период позднего бронзового века срубная культура охватывала значительную часть степной зоны Восточной Европы, и в это время плотность населения в указанном регионе достигла уровня, не известного здесь ни ранее, ни позднее — вплоть до XIX в.¹⁴ Население было оседлым и практиковало специализированное пастушеское скотоводческое хозяйство практически без примеси земледельческого или какого-либо иного хозяйственно-культурного типа¹⁵.

Занимаемая срубниками территория, при всей своей протяженности, оказалась отграничена достаточно четкими рубежами: на севере — границей леса и лесостепи, на юге — Каспийским и Черным морями, а также Кавказским хребтом, на востоке — массивом населения андроновского культурного мира, на западе — выклиниванием степной полосы и сообществами, тяготеющими к балкано-карпатскому культурному кругу. При этом на всей своей огромной территории срубная культура характеризуется таким поразительным единообразием, что все попытки выделения локальных вариантов о сих пор не привели к сколь-нибудь значительным результатам.

В период позднего бронзового века в степном поясе Восточной Европы не было зафиксировано никаких следов военных вторжений. А внутренняя стабильность срубного мира была такова, что антропологи фиксируют существенное уменьшение, по сравнению с предшествующим временем, следов травм от оружия на костяках, находимых в погребениях¹⁶.

Анализ социальной структуры позднебронзового степного социума позволяет говорить о фор-

мировании общества типа простого вожества¹⁷, а также предполагать выделение особой специализированной воинской страты, реализовавшей свое господство посредством комплекса типа полюдья¹⁸. Следовательно, для срубного этноса, если иметь в виду феномен «воздействия прошлого на будущее», нет оснований говорить о существовании сложной системы перераспределения продуктов, более значимой, чем фактор ресурсных возможностей занимаемой территории.

Наконец, изменение климата в период поздней-финальной бронзы не было столь значительным, чтобы решающим образом сказаться на динамике численности населения Восточноевропейской степной зоны¹⁹.

Тем самым для общества степей Восточной Европы можно говорить о складывании условий для реализации практически «стерильного» демографического цикла, и катастрофическое падение численности населения в период финала поздней бронзы до уровня практически двухвековой археологической лакуны позволяет говорить о реализации скорее всего именно такого сценария.

Таким образом, в настоящей работе мы предлагаем для описания демографической динамики аграрных обществ использовать уравнение Ферхюльста с включением в него членов «запаздывания», отражающих феномен влияния событий прошлого на будущее. При этом для области значений коэффициентов уравнения имеется 3 зоны. В двух из них решение имеет неосциллирующий характер, а в одной дает осцилляции, по форме соответствующие полному демографическому циклу. Зона осцилляций является небольшой, что позволяет говорить о демографическом цикле не как о всеобщем феномене, а как о явлении скорее редком, для возникновения которого необходимо сочетание целого ряда условий. В работе сформулированы условия для появления демографического цикла, а также предложено отличать цикл, природа которого вызвана ресурсными ограничениями территории (можно назвать его, например, «классическим»), от иных явлений, возможно, также могущих иметь циклический характер, но определяющихся уже порядком распределения получаемых продуктов, т. е. социальными факторами. В качестве примера чистого «классического» демографического цикла предложен сценарий, реализовавшийся для социума степей Восточной Европы периода позднего бронзового века, оставившего памятники срубной археологической культуры.

ПРИМЕЧАНИЯ

- ¹ Имеется в виду деление всех обществ на «первобытные», «аграрные» и «индустриальные» (см., напр.: Малков С. Ю. Социальная самоорганизация и исторический процесс: возможности математического моделирования. М., 2009). Специально обратим внимание на то, что определение «аграрное» не является синонимом «земледельческое» — в аграрном обществе может присутствовать и даже господствовать скотоводческий тип хозяйства.
- ² Verhulst P. F. Notice sur la loi que la population poursuit dans son accroissement // Correspondance mathematique et physique. 1838. № 10. P. 113–121.
- ³ О феномене демографического цикла см.: Cipolla C. M. Before the industrial revolution. European Society and Economy, 1000–1700. London, 1976; Slider van Bath B. H. The agrarian history of Western Europe A. D. 500–1850. London, 1963 и др.
- ⁴ Нефедов С. А. Опыт моделирования демографического цикла // Информационный бюллетень ассоциации «История и компьютер». 2009. № 29. С. 132.
- ⁵ Малков С. Ю. Указ. соч. С. 58.
- ⁶ Нефедов С. А., Турчин П. В. Модифицированная модель демографически структурной динамики аграрного общества // Информационный бюллетень ассоциации «История и компьютер». 2006. № 33. С. 102–110.
- ⁷ Обратим внимание, что наше уравнение отличается от варианта учета запаздывания, предложенного Г. Хатчинсоном (Hutchinson G. E. Circular cause systems in ecology. Ann. N. Y. Acad. Sci. 1948. № 50. P. 221–246), где параметр запаздывания включен только во второй член уравнения:

$$\frac{dN}{dt} = kN(t) \left(1 - \frac{N(t-\tau)}{N_{max}} \right).$$
- ⁸ Слонов В. Н. Динамика демографической ситуации человеческой группы при внешнем негативном воздействии (об условиях отсутствия демографического цикла) // Круг идей: модели и технологии исторических реконструкций. Москва; Барнаул; Томск, 2010. С. 116–125.
- ⁹ См., напр.: Нефедов С. А. Теория демографических циклов и социальная эволюция древних и средневековых обществ Востока // Восток. 2003. № 3. С. 5–22.
- ¹⁰ Ливи Баччи М. Демографическая история Европы. СПб., 2010. С. 14.
- ¹¹ См.: Слонов В. Н. Указ. соч. С. 116–125.
- ¹² Нефедов С. А. О демографических циклах в истории средневекового Египта. Деп. ИНИОН РАН. (URL: <http://hist.1.narod.ru/Science/Egypt SV.html>); Нефедов С. А. Опыт моделирования демографического цикла // Информационный бюллетень ассоциации «История и компьютер». 2002. № 29. С. 131–142.
- ¹³ Кочерженко О. В., Слонов В. Н. Конец срубной культуры — финал демографического цикла? // Археология Восточно-Европейской степи. Вып. 7. Саратов, 2009. С. 241–246.
- ¹⁴ Там же. С. 241; Бочкарев В. С. Карпато-Дунайский и Волго-Уральский очаги культурогенеза эпохи бронзы // Конвергенция и дивергенция в развитии культур энеолита-бронзы Средней и Восточной Европы. СПб., 1995. С. 21.
- ¹⁵ Горбунов В. С. Срубная культурно-историческая общность как одна из фундаментальных проблем двадцатого столетия // Бронзовый век Восточной Европы: характеристика культур, хронология и периодизация. Самара, 2001. С. 34.
- ¹⁶ Каргалы. Т. IV: Некрополи на Каргалах. Население Каргалов: палеоантропологические исследования. М., 2005. С. 176.
- ¹⁷ Березкин Ю. Е. Аркаим как церемониальный центр: взгляд американиста // Конвергенция и дивергенция в развитии культур энеолита-бронзы Средней и Восточной Европы. СПб., 1995. С. 29–39.
- ¹⁸ Кочерженко О. В., Слонов В. Н. О социальной структуре «колесничных» обществ и феномене «колесничных» культур бронзового века Евразии // Античный мир и археология. Саратов, 2010. С. 408–417.
- ¹⁹ О динамике палеоклиматической ситуации см., напр.: Демкин В. А., Борисов А. В., Алексеев А. О., Демкина Т. С., Алексеева Т. В., Хомутова Т. Э. Почвенно-археологические исследования в Нижнем Поволжье // Проблемы археологии Поволжья. Волгоград, 2004. С. 346–350; Ельцов М. В. Динамика природных условий Приволжской возвышенности за последние 5000 лет // Там же. С. 346–350.

Комментарий редколлегии журнала

Данная статья В. В. Астахова, В. Н. Слонова, М. И. Балакина вносит новый ракурс в серию публикаций о динамике численности населения в различных регионах мира во времена Античности и Средневековья, развиваемых в рамках структурно-демографического подхода (Дж. Голдстоун) и клиодинамики, разрабатывающей модели нелинейной динамики аграрных и индустриальных обществ, процессов социальной самоорганизации (С. А. Нефедов, С. Ю. Малков, П. В. Турчин, А. В. Кортаев и др.). Редколлегия обратилась к одному из ведущих исследователей данного направления, С. А. Нефедову, с просьбой дать краткий комментарий к публикуемой статье.

С. А. Нефедов:

Я с большим интересом ознакомился со статьей В. В. Астахова, В. Н. Слонова, М. И. Балакина «Модель демографической динамики аграрного общества на основе уравнения Ферхюльста с запаздыванием и условия появления демографического цикла». Основная идея авторов статьи состоит в модификации уравнения Ферхюльста путем введения дополнительных членов, содержащих запаздывание. Модифицированное таким образом уравнение имеет следующий вид:

$$\frac{du}{dt} = c_1 u(t) - c_2 u^2(t) + c_3 u(t - \tau) - c_4 u^2(t - \tau).$$

За счет введения этих членов при некоторых значениях коэффициентов появляются колеблющиеся решения, напоминающие классический демографический цикл.

Авторы объясняют появление нисходящей фазы цикла введением члена $c_4 u^2(t - \tau)$, который они интерпретируют как «негативное воздействие прошлого», что на содержательном уровне можно представить как «эффект накопленного стресса» социума. Однако, что именно представляет собой «эффект накопленного стресса», почему он так губительно действует на популяцию, остается неясным. Насколько мне известно, демографы не оперируют таким понятием и тем более не прослеживают его воздействия на динамику населения. Вызывает вопрос и значение величины τ (которое в статье не определено) — через какой промежуток времени начинает проявляться «негативное воздействие прошлого»? И что изменится при варьировании этого промежутка времени?

Остаются неясности и в вопросе о применении этой теории к проблеме упадка срубной культуры. Очевидно, мы слишком мало знаем об этой культуре, чтобы судить о возможном «эффекте накопленного стресса».